**十年（**2014**－**2023**）高考真题分项汇编—数列解答题**

**目录**

[题型一：数列的概念和通项公式 1](#_Toc140621929)

[题型二：等差数列的定义与性质 2](#_Toc140621930)

[题型三：等比数列的定义与性质 3](#_Toc140621931)

[题型四：数列的求和 3](#_Toc140621932)

[题型五：数列中的新定义问题 7](#_Toc140621933)

[题型六：数列中的证明问题 11](#_Toc140621934)

[题型七：数列与其他知识的交汇 14](#_Toc140621935)

[题型八：数列的综合应用 18](#_Toc140621936)

[题型九：数列结构不良试题 18](#_Toc140621937)

# 题型一：数列的概念和通项公式

1．(2021年新高考Ⅰ卷·第17题) 已知数列满足，

(1)记，写出，，并求数列的通项公式；

(2)求的前20项和．

2．(2014高考数学湖南理科·第20题) 已知数列满足，

(Ⅰ)若是递增数列，且成等差数列，求的值；

(Ⅱ)若，且是递增数列，是递减数列，求数列的通项公式．

3．(2019·全国Ⅱ·理·第19题) 已知数列和满足，，，．

证明：是等比数列，是等差数列；

求和的通项公式．

4．(2014高考数学广东理科·第19题) 设数列的前和为,满足，且．

(1)求的值；

(2)求数列的通项公式．

5．(2014高考数学湖北理科·第18题) 已知等差数列满足：，且、、成等比数列．

(Ⅰ)求数列的通项公式．

(Ⅱ)记为数列的前项和， 是否存在正整数，使得若存在， 求的最

小值；若不存在，说明理由．

6．(2021年高考全国乙卷理科·第19题) 记为数列的前*n*项和，为数列的前*n*项积，已知．

(1)证明：数列是等差数列;

(2)求的通项公式．

7．(2018年高考数学浙江卷·第20题) 已知等比数列的公比，且，是的等差中项．数列满足，数列的前项和为．

(1)求的值；

(2)求数列的通项公式．

# 题型二：等差数列的定义与性质

1．(2023年新课标全国Ⅰ卷·第20题) 设等差数列的公差为，且．令，记分别为数列的前项和．

(1)若，求的通项公式；

(2)若为等差数列，且，求．

2．(2015高考数学四川理科·第16题) 设数列的前项和，且成等差数列．

(1)求数列的通项公式；

(2)记数列的前项和，求得成立的的最小值．

3．(2022年高考全国甲卷数学（理）·第17题) 记为数列的前*n*项和．已知．

(1)证明：是等差数列；

(2)若成等比数列，求的最小值．

4．(2021年新高考全国Ⅱ卷·第17题) 记是公差不为0的等差数列的前*n*项和，若．

(1)求数列的通项公式；

(2)求使成立的*n*的最小值．

# 题型三：等比数列的定义与性质

1．(2018年高考数学课标Ⅲ卷（理）·第17题) (12分)等比数列中，，

(1)求的通项公式；

(2)记为的前项和，若，求．

2．(2016高考数学课标Ⅲ卷理科·第17题) 已知数列的前项和,其中.

(Ⅰ)证明是等比数列,并求其通项公式;

(Ⅱ)若,求.

# 题型四：数列的求和

1．(2018年高考数学课标Ⅱ卷（理）·第17题) (12分)记为等差数列的前项和，已知，．

(1)求的通项公式；

(2)求，并求的最小值．

2．(2016高考数学课标Ⅱ卷理科·第17题) (本题满分12分)为等差数列的前项和，且记，其中表示不超过的最大整数，如．

(I)求；(II)求数列的前1 000项和．

3．(2020年新高考全国Ⅰ卷（山东）·第18题) 已知公比大于的等比数列满足．

(1)求的通项公式；

(2)记为在区间中的项的个数，求数列的前项和．

4．(2020年新高考全国卷Ⅱ数学（海南）·第18题) 已知公比大于的等比数列满足．

(1)求通项公式；

(2)求．

5．(2023年全国甲卷理科·第17题) 设为数列的前*n*项和，已知．

(1)求的通项公式；

(2)求数列的前*n*项和．

6.(2020天津高考·第19题) 已知为等差数列，为等比数列，．

(Ⅰ)求和的通项公式；

(Ⅱ)记的前项和为，求证：；

(Ⅲ)对任意的正整数，设求数列的前项和．

7．(2014高考数学山东理科·第19题) 已知等差数列的公差为2，前项和为，且成等比数列．

(Ⅰ)求数列的通项公式；

(Ⅱ)令，求数列的前项和．

8．(2014高考数学江西理科·第18题) 已知首项都是1的两个数列(),满足．

(1)令,求数列的通项公式;

(2)若,求数列的前n项和

9．(2014高考数学大纲理科·第18题) 等差数列的前n项和为，已知，为整数，且．

(1)求的通项公式；

(2)设，求数列的前n项和．

10．(2015高考数学新课标1理科·第17题) (本小题满分12分)为数列的前项和．已知

(Ⅰ)求的通项公式：

(Ⅱ)设,求数列的前项和

11．(2015高考数学天津理科·第18题) (本小题满分13分)已知数列满足

，且成等差数列．

(Ⅰ)求的值和的通项公式；

(Ⅱ)设，求数列的前项和．

12．(2015高考数学山东理科·第18题) 设数列的前项和为．已知．

(Ⅰ)求的通项公式；

(Ⅱ)若数列满足，求的前项和．

13．(2015高考数学湖北理科·第18题) (本小题满分12分)设等差数列的公差为，前项和为，等比数列的公比为．已知，，，．

(Ⅰ)求数列，的通项公式；

(Ⅱ)当时，记，求数列的前项和．

14．(2017年高考数学天津理科·第18题) 已知为等差数列,前项和为,是首项为的等比数列,且公比大于,,,．

(1)求和的通项公式;

(2)求数列的前项和．

15．(2016高考数学山东理科·第18题) (本小题满分12分)已知数列 的前*n*项和，是等差数列，且

(Ⅰ)求数列的通项公式；

(Ⅱ)令 求数列的前项和．

16．(2020年高考课标Ⅰ卷理科·第17题) 设是公比不为1的等比数列，为，的等差中项．

(1)求的公比；

(2)若，求数列的前项和．

17．(2020年高考课标Ⅲ卷理科·第17题) 设数列{*an*}满足*a*1=3，．

(1)计算*a*2，*a*3，猜想{*an*}的通项公式并加以证明；

(2)求数列{2*nan*}的前*n*项和*Sn*．

18．(2014高考数学浙江理科·第19题) 已知数列和满足．若为等比数列，且

(1)求与；

(2)设。记数列的前项和为．

(i)求；

(ii)求正整数，使得对任意，均有．

19．(2014高考数学上海理科·第23题) 已知数列满足．

(1)若，求的取值范围；

(2)若是公比为的等比数列，，若，，

求的取值范围；

(3)若成等差数列，且，求正整数的最大值，以及取最大值时相应数列的公差．

# 题型五：数列中的新定义问题

1．(2017年高考数学江苏文理科·第19题) 对于给定的正整数*学科网 版权所有*,若数列学科网 版权所有满足学科网 版权所有学科网 版权所有对任意正整数学科网 版权所有总成立,则称数列学科网 版权所有是“学科网 版权所有数列”．(1)证明:等差数列学科网 版权所有是“学科网 版权所有数列”;(2)若数列学科网 版权所有既是“学科网 版权所有数列”,又是“学科网 版权所有数列”,证明:学科网 版权所有是等差数列．

2．(2023年北京卷·第21题) 已知数列的项数均为*m*，且的前*n*项和分别为，并规定．对于，定义，其中，表示数集*M*中最大的数．

(1)若，求的值；

(2)若，且，求；

(3)证明：存在，满足 使得．

3．(2019·上海·第21题) 数列有项，，对任意，存在，若与前项中某一项相等，则称具有性质.

(1)若，求可能的值；

(2)若不为等差数列，求证：中存在满足性质；

(3)若中恰有三项具有性质，这三项和为，使用表示.

4．(2019·江苏·第20题) 定义首项为1且公比为正数的等比数列为“－数列”.

(1)已知等比数列满足：，求证:数列为“－数列”；

(2)已知数列{*bn*}满足:，其中为数列的前项和．

①求数列的通项公式；

②设为正整数，若存在“－数列” ，对任意正整数，当时，都有成立，求的最大值．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

5．(2019·北京·理·第20题) 已知数列，从中选取第项、第项、…、第项(<<…<)，若，则称新数列为的长度为*m*的递增子列．规定：数列的任意一项都是的长度为1的递增子列．

(Ⅰ)写出数列1，8，3，7，5，6，9的一个长度为4的递增子列；

(Ⅱ)已知数列的长度为*p*的递增子列的末项的最小值为，长度为*q*的递增子列的末项的最小值为．若*p*＜*q*，求证：＜；

(Ⅲ)设无穷数列{*an*}的各项均为正整数，且任意两项均不相等．若的长度为的递增子列末项的最小值为，且长度为末项为的递增子列恰有个()，求数列的通项公式．

6．(2018年高考数学江苏卷·第26题) (本小题满分10分)设，对1，2，···，*n*的一个排列，如果当*s*<*t*时，有，则称是排列的一个逆序，排列的所有逆序的总个数称为其逆序数．例如：对1，2，3的一个排列231，只有两个逆序(2，1)，(3，1)，则排列231的逆序数为2．记为1，2，···，*n*的所有排列中逆序数为*k*的全部排列的个数．

(1)求的值；

(2)求的表达式(用*n*表示)．

7．(2018年高考数学上海·第21题) (本题满分18分，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分8分)

给定无穷数列，若无穷数列满足：对任意，都有，则称与 “接近”．

(1)设是首项为1，公比为的等比数列，，，判断数列是否与接近，并说明理由；

(2)设数列的前四项为：，，，，是一个与接近的数列，记集合，求中元素的个数；

(3)已知是公差为的等差数列，若存在数列满足：与接近，且在，，…，中至少有100个为正数，求的取值范围．

8．(2014高考数学江苏·第20题) 设数列的前项和为．若对任意正整数，总存在正整数，使得，则称是“*H*数列”．

(1)若数列的前*n*项和(N)，证明: 是“*H*数列”；

(2)设是等差数列，其首项，公差．若 是“*H*数列”，求的值；

(3)证明：对任意的等差数列，总存在两个“*H*数列”和，使得

(N) 成立．

9．(2014高考数学北京理科·第20题) 对于数对序列, 记 ,



其中表示和两个数中最大的数,

(1)对于数对序列, 求的值

(2)记*m*为*a*、*b*、*c*、*d*四个数中最小的数， 对于由两个数对(*a*, *b*), (*c*, *d*)组成的数对序列

和， 试分别对*m*=*a*和*m*=*d*时两种情况比较和的大小

(3)在由5个数对(11, 8), (5, 2), (16, 11), (11, 11), (4, 6)组成的所有数对序列中, 写出一个数对序列*P*使 最小, 并写出的值(只需写出结论)．

10．(2016高考数学江苏文理科·第20题) 记．对数列()和的子集，若，定义；

若，定义．例如：时，．

现设()是公比为的等比数列，且当时，．

(1) 求数列的通项公式；

(2)对任意正整数()，若，求证：；

(3)设，，，求证：．

11．(2016高考数学北京理科·第20题) (本小题13分) 设数列．如果对小于的每个正整数都有 ，则称是数列的一个“时刻”．记“是数列的所有“时刻”组成的集合．

(Ⅰ)对数列：，写出的所有元素；

(Ⅱ)证明：若数列中存在使得，则；

(Ⅲ)证明：若数列满足，则的元素个数不小于．

12．(2016高考数学上海理科·第23题) (本题满分18分)本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分8分．

若无穷数列满足：只要，必有，则称具有性质．

(1)若具有性质，且，，求；

(2)若无穷数列是等差数列，无穷数列是公比为正数的等比数列，，，判断是否具有性质，并说明理由；

(3)设是无穷数列，已知．求证：“对任意都具有性质”的充要条件为“是常数列”．

# 题型六：数列中的证明问题

1．(2023年新课标全国Ⅱ卷·第18题) 已知为等差数列，，记，分别为数列，前*n*项和，，．

(1)求的通项公式；

(2)证明：当时，．

2．(2023年天津卷·第19题) 已知是等差数列，．

(1)求的通项公式和．

(2)已知为等比数列，对于任意，若，则，

(Ⅰ)当时，求证：；

(Ⅱ)求的通项公式及其前项和．

3．(2022新高考全国I卷·第17题) 记为数列的前*n*项和，已知是公差为的等差数列．

(1)求的通项公式；

(2)证明：．

4．(2014高考数学课标1理科·第17题) 已知数列高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的前高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。项和为高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,其中高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。为常数．

(1)证明:高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。;

(2)是否存在高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,使得高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。为等差数列?并说明理由．

5．(2020年浙江省高考数学试卷·第20题) 已知数列{*an*}，{*bn*}，{*cn*}中，．

(Ⅰ)若数列{*bn*}为等比数列，且公比，且，求*q*与*an*的通项公式；

(Ⅱ)若数列{*bn*}为等差数列，且公差，证明：．

6．(2018年高考数学天津（理）·第18题) (本小题满分13分) 设是等比数列，公比大于0，其前项和为，是等差数列． 已知，，，．

(1)求和的通项公式；

(2)设数列的前项和为，

(i)求；

(ii)证明．

7．(2016高考数学天津理科·第18题) 已知是各项均为正数的等差数列，公差为．对任意的，是和的等比中项．

(Ⅰ)设，求证：数列是等差数列；

(Ⅱ)设，求证．

8．(2019·浙江·第20题) 设等差数列的前项和为，，．数列满足：对任意，，，成等比数列．

(Ⅰ)求数列，的通项公式；

(Ⅱ)记，，证明：，．

9．(2018年高考数学江苏卷·第20题) (本小题满分16分)设是首项为，公差为*d*的等差数列，是首项为，公比为*q*的等比数列．

(1)设，若对均成立，求*d*的取值范围；

(2)若，证明：存在，使得对均成立，并求的取值范围(用表示)．

10．(本小题满分14分)已知数列满足，并且(为非零参数，)．

(Ⅰ)若成等比数列，求参数的值；

(Ⅱ)设，常数且．证明．

11．(2014高考数学重庆理科·第22题) (本小题满分12分，(1)问4分，(2)问8分)

设．

1. 若，求及数列的通项公式；
2. 若，问：是否存在实数使得对所有都成立?证明你的结论

12．(2014高考数学课标2理科·第17题) (本小题满分12分)

已知数列满足=1，．

(Ⅰ)证明是等比数列，并求的通项公式；

(Ⅱ)证明：

13．(2014高考数学安徽理科·第21题) 设实数，整数．

(Ⅰ)证明：当且时，；

(Ⅱ)数列满足．证明：．

14．(2016高考数学浙江理科·第20题) (本题满分15分)设数列满足，．

(Ⅰ)证明：,；

(Ⅱ)若，，证明：，．

15．(2015高考数学重庆理科·第22题) (本小题满分12分，(1)小问4分，(2)小问8分)

在数列中，．

(1)若求数列的通项公式；

(2)若证明：．

16．(2015高考数学浙江理科·第20题) (本题满分15分)已知数列满足=且=()

(1)证明：1()；

(2)设数列的前项和为，证明()．

# 题型七：数列与其他知识的交汇

1．(2016高考数学四川理科·第19题) 已知数列的首项为，为数列的前项和，，其中，．

(1)若时，成等差数列，求数列的通项公式；

(2)设双曲线的离心率为，且，求．

2．(2015高考数学江苏文理·第20题) 设是各项为正数且公差为的等差数列．

(1)证明：依次构成等比数列；

(2)是否存在，使得依次构成等比数列？并说明理由；

(3)是否存在及正整数，使得依次构成等比数列？并说明理由．

3．(2014高考数学四川理科·第19题) 设等差数列的公差为，点在函数的图象上()．

(Ⅰ)若，点在函数的图象上，求数列的前项和；

(Ⅱ)若，函数的图象在点处的切线在轴上的截距为，求数列的前项和．

4．(2017年高考数学上海（文理科）·第19题) (本题满分14分,第1小题满分6分,第2小题满分8分)

根据预测,某地第个月共享单车的投放量和损失量分别为和(单位:辆),其中,,第个月底的共享单车的保有量是前个月的累计投放量与累计损失量的差．

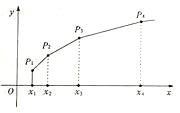
(1)求该地区第4个月底的共享单车的保有量;

(2)已知该地共享单车停放点第个月底的单车容纳量(单位:辆)．设在某月底,共享单车保有量达到最大,问该保有量是否超出了此时停放点的单车容纳量?

5．(2017年高考数学山东理科·第19题) 已知是各项均为正数的等比数列,且,

(Ⅰ)求数列的通项公式;

(Ⅱ)如图,在平面直角坐标系中,依次连接点,,得到折线,求由该折线与直线,()所围成的区域的面积学科网 版权所有．



6．(2022高考北京卷·第21题) 已知为有穷整数数列．给定正整数*m*，若对任意的，在*Q*中存在，使得，则称*Q*为连续可表数列．

(1)判断是否为连续可表数列？是否为连续可表数列？说明理由；

(2)若为连续可表数列，求证：*k*的最小值为4；

(3)若为连续可表数列，且，求证：．

7．(2021年高考浙江卷·第20题) 已知数列学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！前*n*项和为学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，且学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！．

(1)求数列学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！通项；

(2)设数列学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！满足学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，记学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的前*n*项和为学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，若学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！对任意学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！恒成立，求学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的范围．

8．(2019·天津·理·第19题) 设是等差数列，是等比数列．已知．

(Ⅰ)求和的通项公式；

(Ⅱ)设数列满足其中．

(i)求数列的通项公式；

(ii)求．

9．(2015高考数学上海理科·第22题) (本题满分16分)本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分6分

已知数列与满足．

(1)若，且，求的通项公式；

(2)设的第项是最大项，即，求证：的第项是最大项；

(3)设，求的取值范围，使得有最大值与最小值，且．

10．(2015高考数学陕西理科·第21题) (本小题满分12分)设是等比数列，，，，的各项和，其中，，．

(Ⅰ)证明：函数在内有且仅有一个零点(记为)，且；

(Ⅱ)设有一个与上述等比数列的首项、末项、项数分别相同的等差数列，其各项和为，比较与的大小，并加以证明．

11．(2015高考数学北京理科·第20题) (本小题13分)已知数列满足：，，且．记集合．

(Ⅰ)若，写出集合的所有元素；

(Ⅱ)若集合存在一个元素是3的倍数，证明：的所有元素都是3的倍数；

(Ⅲ)求集合的元素个数的最大值．

12．(2015高考数学安徽理科·第18题) (本小题满分12分)设，是曲线在点处的切线与*x*轴交点的横坐标．

(Ⅰ)求数列的通项公式；

(Ⅱ)记，证明．

13．(2017年高考数学浙江文理科·第22题) 已知数列满足:,．

证明:当时,

(Ⅰ);

(Ⅱ);

(Ⅲ)．

14．(2017年高考数学北京理科·第20题) 设学科网 版权所有和学科网 版权所有是两个等差数列,记学科网 版权所有学科网 版权所有,其中学科网 版权所有表示学科网 版权所有这学科网 版权所有个数中最大的数．

(Ⅰ)若学科网 版权所有,学科网 版权所有,求学科网 版权所有的值,并证明学科网 版权所有是等差数列;

(Ⅱ)证明:或者对任意正数,存在正整数,当时,;或者存在正整数,使得学科网 版权所有是等差数列．

# 题型八：数列的综合应用

1．(2022新高考全国II卷·第17题) 已知为等差数列，是公比为2的等比数列，且．

(1)证明：；

(2)求集合中元素个数．

2．(2022年浙江省高考数学试题·第20题) 已知等差数列的首项，公差．记的前*n*项和为．

(1)若，求；

(2)若对于每个，存在实数，使成等比数列，求*d*的取值范围．

3．(2016高考数学四川理科·第19题) 已知数列的首项为，为数列的前项和，，其中，．

(1)若时，成等差数列，求数列的通项公式；

(2)设双曲线的离心率为，且，求．

# 题型九：数列结构不良试题

1．(2021年高考全国甲卷理科·第18题) 已知数列的各项均为正数，记为的前*n*项和，从下面①②③中选取两个作为条件，证明另外一个成立．

①数列是等差数列：②数列是等差数列；③．

注：若选择不同的组合分别解答，则按第一个解答计分．